Systemy liczbowe

Damian Kurpiewski

Popularne systemy liczbowe

Dziesiętny:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Binarny:

$$\{0, 1\}$$

Ósemkowy:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Szesnastkowy:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$$

Przykład

418_{10}

$=$

$1\ 1010\ 0010_2$

$=$

642_8

$=$

$1A2_{16}$

Konwersja z dziesiętnego

- Dzielimy przez podstawę systemu
- Resztę zapisujemy do wyniku
- Wynik czytamy od końca

Przykład – konwersja na system binarny

Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	

Przykład – konwersja na system binarny

Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	

Kierunek czytania

Przykład – konwersja na system binarny

Dzielimy	Reszta z dzielenia
24	0
12	0
6	0
3	1
1	1
0	

Kierunek czytania

$$24_{10} = 11000_2$$

Ćwiczenia

Przelicz na system binarny, ósemkowy i szesnastkowy:

- 16_{10}
- 120_{10}
- 2016_{10}
- 156_{10}
- 333_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $16_{10} = 10000_2 = 20_8 = 10_{16}$
- $120_{10} = 1111000_2 = 170_8 = 78_{16}$
- $2016_{10} = 11111100000_2 = 3740_8 = 7E0_{16}$
- $156_{10} = 10011100_2 = 234_8 = 9C_{16}$
- $333_{10} = 101001101_2 = 515_8 = 14D_{16}$

Konwersja do dziesiętnego

- Każdej cyfrze przyporządkowujemy potęgę
- Zaczynamy od potęgi 0 z prawej strony
- Potęgi mnożymy przez cyfry
- Wyniki sumujemy

Przykład

$$11001_2 = 1 * 2^0 + 0 * 2^1 + 0 * 2^2 + 1 * 2^3 + 1 * 2^4$$

$$153_8 = 3 * 8^0 + 5 * 8^1 + 1 * 8^2$$

Ćwiczenia

Przelicz na system dziesiętny:

- 10_2
- 13_8
- $A2_{16}$
- 110101_2
- 163_8
- $15DE_{16}$
- 101010_2
- 2701_8
- $EFDC_{16}$

Ćwiczenia - rozwiązania

- $10_2 = 2_{10}$
- $13_8 = 11_{10}$
- $A2_{16} = 162_{10}$
- $110101_2 = 53_{10}$
- $163_8 = 115_{10}$
- $15DE_{16} = 5598_{10}$
- $101010_2 = 42_{10}$
- $2701_8 = 1473_{10}$
- $EFDC_{16} = 61404_{10}$

Kod U2

- Kod uzupełnień do dwóch
- Pozwala na zapis liczb ujemnych w systemie binarnym
- Pierwszy bit jest bitem znaku

Konwersja do U2

- Określamy, na ilu bitach ma zostać zapisana liczba
- Obliczamy postać binarną wartości bezwzględnej
- Uzupełniamy zerami do porządanej liczby bitów
- Zamieniamy cyfry na przeciwne
- Dodajemy binarną jedynkę

Przykład – zapis na 8 bitach

Konwertujemy wartość bezwzględną:

$$|-\mathbf{25_{10}}| = \mathbf{11001_2}$$

Uzupełniamy do 8 bitów:

$$\mathbf{00011001}$$

Zamieniamy bity na przeciwne:

$$\mathbf{11100110}$$

Dodajemy binarną jedynkę:

$$\mathbf{11100111}$$

$$-25_{10} = 11100111_{\mathrm{U2}}$$

Ćwiczenia

Przelicz z dziesiętnego na U2 i zapisz na 8 bitach:

- -1_{10}
- -126_{10}
- -12_{10}
- -101_{10}
- -56_{10}
- -92_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $-1_{10} = 11111111_{U2}$
- $-126_{10} = 10000010_{U2}$
- $-12_{10} = 11110100_{U2}$
- $-101_{10} = 10011011_{U2}$
- $-56_{10} = 11001000_{U2}$
- $-92_{10} = 10100100_{U2}$

Konwersja z U2

Pierwszy bit (najbardziej znaczący) mnożymy przez -1

Dalsza konwersja jak w standardowym przypadku

Przykład

$$10011001_{U2} = -2^7 + 2^4 + 2^3 + 2^0 = -103$$

$$00011001_{U2} = 2^4 + 2^3 + 2^0 = 25$$

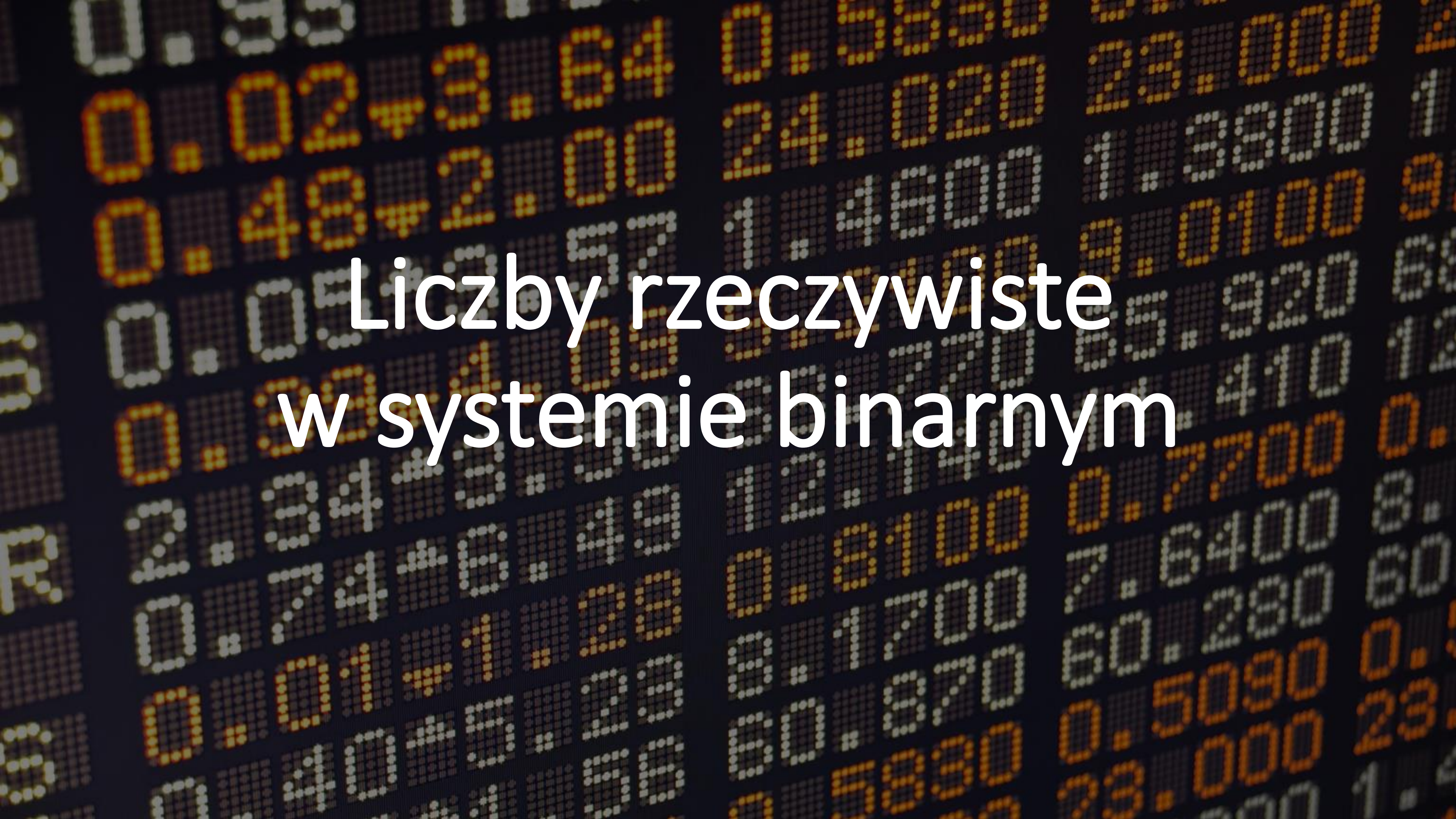
Ćwiczenia

Przelicz z U2 na dziesiętny:

- 1001_{U2}
- 10011001_{U2}
- 11111111_{U2}
- 11100101_{U2}
- 10101010_{U2}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $1001_{U2} = -7$
- $10011001_{U2} = -123$
- $11111111_{U2} = -1$
- $11100101_{U2} = -27$
- $10101010_{U2} = -86$



Liczby rzeczywiste w systemie binarnym

Zapis stałoprzecinkowy

- „Przecinek” znajduje się w określonym miejscu
- Wyraźnie oddzielona część całkowita od ułamkowej
- Osobna konwersja części całkowitej i części ułamkowej

Konwersja do binarnego

- Część całkowitą konwertujemy standardowo
- Część ułamkową zamiast dzielić, mnożymy przez 2
- Część całkowitą zapisujemy do wyniku
- Odczytujemy „od góry do dołu”
- Uważamy na ułamki okresowe

Przykład

Mnożymy	Część całkowita
0.75	
0.5	1
0.0	1

Przykład

Mnożymy	Część całkowita
0.75	
0.5	1
0.0	1

Kierunek czytania

Przykład

Mnożymy	**Część całkowita**
0.75	
0.5	1
0.0	1

Kierunek czytania

$$0.75_{10} = 0.11_2$$

Ćwiczenia

Zamień na liczbę binarną, z dokładnością do 10 cyfr po przecinku:

- 0.8125_{10}
- 0.16_{10}
- 0.3_{10}
- 0.125_{10}
- 0.7_{10}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $0.8125_{10} = 0.1101_2$
- $0.16_{10} = 0.0010100011_2$
- $0.3_{10} = 0.0(1001)_2$
- $0.125_{10} = 0.001_2$
- $0.7_{10} = 0.1(0110)_2$

Konwersja na dziesiętny

- Część całkowitą konwertujemy standardowo
- Część ułamkową zapisujemy
z potęgami ujemnymi, zaczynając od -1
- Cyfry mnożymy przez potęgi
- Wynik sumujemy

Ćwiczenia

Zamień na liczbę dziesiętną:

- 0.011_2
- 0.11_2
- 0.0101_2
- 0.1101_2
- 0.1111_2

Ćwiczenia - rozwiązania

- $0.011_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$
- $0.11_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$
- $0.0101_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$
- $0.1101_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}$
- $0.1111_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

Zapis zmiennoprzecinkowy

Składa się z trzech liczb:

- Mantysy
- Podstawy systemu
- Cechy

$$L = m * p^{c}$$

Konwersja do dziesiętnego

Pierwsza część liczby to cecha, druga to mantysa

Przyjmijmy następujący format FP:

- Cecha jest 4-bitową liczbą całkowitą zapisaną w kodzie U2
- Mantysa jest 4-bitową liczbą stałoprzecinkową zapisaną w kodzie U2, z przecinkiem pomiędzy drugim a trzecim bitem

Konwertujemy cechę i mantysę, a następnie podstawiamy do wzoru

Przykład

$$10001010_{FP}$$

$$c = 1000_{U2} = -8$$

$$m = 10{,}10_{U2} = -1\frac{1}{2}$$

$$L = -1\frac{1}{2} * 2^{-8}$$

Ćwiczenia

Zamień na liczbę dziesiętną:

- 10111101_{FP}
- 00010100_{FP}
- 11010111_{FP}
- 11111001_{FP}

Ćwiczenia - rozwiązania

- $10111101_{\mathrm{FP}} = -\frac{3}{4} * 2^{-5}$
- $00010100_{\mathrm{FP}} = 1 * 2^{1}$
- $11010111_{\mathrm{FP}} = 1\frac{3}{4} * 2^{-3}$
- $11111001_{\mathrm{FP}} = -1\frac{3}{4} * 2^{-1}$